

**Université d'Aix-Marseille III - Licence Math-Info, 2ème année**

**IN401 : Langages formels, automates et grammaires - TD n° 1**

1. Soit  $w = aabc$  ; donner tous les sous-mots de  $w$ . Quelles sont les valeurs minimale et maximale du cardinal de l'ensemble de tous les sous-mots d'un mot de longueur  $n$  ?
2. Soit  $w = aabc$  ; donner tous les facteurs de  $w$ . Quelles sont les valeurs minimale et maximale du cardinal de l'ensemble de tous les facteurs d'un mot de longueur  $n$  ?
3. Donner toutes les occurrences du facteur  $aba$  dans  $ababababa$ .
4. Soient  $L$  et  $L'$  des langages sur  $\Sigma = \{a,b\}$  ; calculer  $L.L' = \{ ww' \mid w \in L \text{ et } w' \in L' \}$  pour :
  - $L = \{\epsilon, ab, bba\}$  et  $L' = \{\epsilon, b, aa\}$ .
  - $L = \emptyset$  et  $L' = \{b, aba\}$ .
  - $L = \{\epsilon\}$  et  $L' = \{b, aba\}$ .
  - $L = \{aa, ab, ba\}$  et  $L' = \Sigma^*$ .
5. Montrer que le produit de langages est une opération associative.
6. Montrer que le produit de langages est une opération distributive par rapport à l'union.
7. Montrer que le produit de langages n'est pas distributif par rapport à l'intersection.
8. Vérifier que  $\{\epsilon\}$  est élément neutre pour le produit de langages.
9. Montrer qu'il existe des alphabets  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  tels que  $(\Sigma \cup \Sigma')^* \neq \Sigma^* \cup \Sigma'^*$ .
10. Montrer que pour tous alphabets  $\Sigma$  et  $\Sigma'$ , on a  $(\Sigma \cup \Sigma')^* \supseteq \Sigma^* \cup \Sigma'^*$ .
11. Démontrer que, quel que soit  $\Sigma$ , on a  $(\Sigma^*)^* = \Sigma^*$ . On pourra d'abord montrer que, quel que soit  $\Sigma$ , on a  $\Sigma^*.\Sigma^* = \Sigma^*$ .
12. Soit  $L$  un langage sur un alphabet  $\Sigma$ . Trouver l'ensemble des facteurs gauches et l'ensemble des facteurs droits des langages sur  $\Sigma = \{a,b\}$  suivants :
  - $L_1 = \{a^n.b^n \mid n \geq 0\}$ .
  - $L_2 = \{a^n.b^m \mid 0 \leq n \leq m\}$ .
  - $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ .