Programmation Avancée - Prolog

N. Prcovic

Introduction

- La *programmation logique* est une forme particulière de *programmation déclarative*.
- La programmation déclarative est un paradigme de programmation qui se distingue très nettement de
  - la programmation impérative (C, Pascal, etc)
  - la programmation objet (C++, Java, etc)
  - la programmation fonctionnelle (Lisp, Caml, etc)

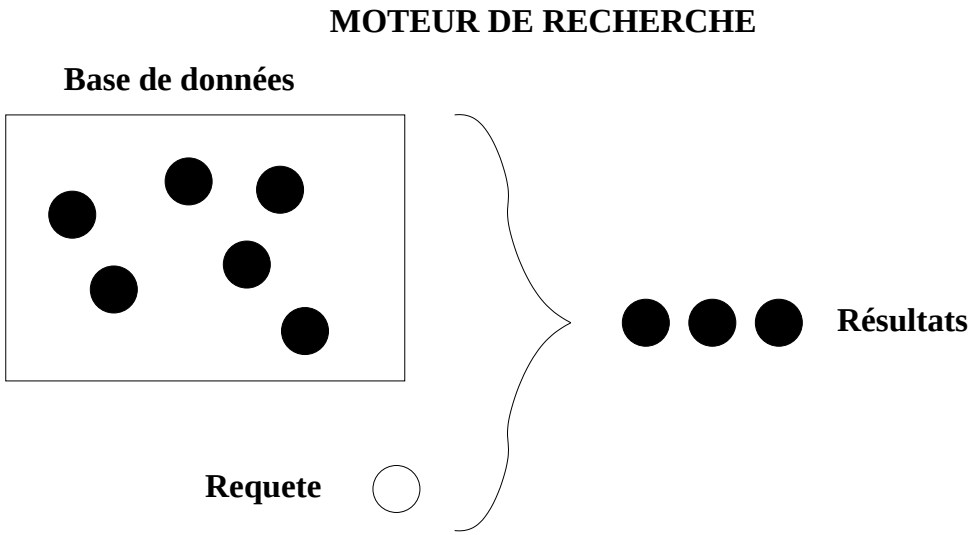
Programmation déclarative

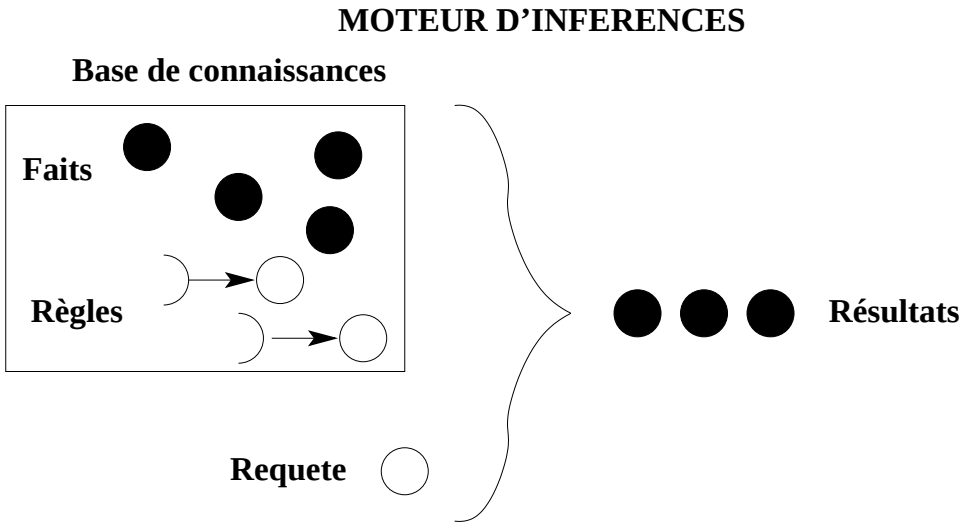
- Un programme déclaratif est une suite de déclarations qui constitue une **base de connaissances** dont on ne présuppose pas forcément l'utilisation qu'il en sera fait : on y affirme **ce qui est** mais on ne dit **pas ce qu'il faut en faire.**
- Exemples :
  - "Tout homme est mortel"
    "Socrate est un homme"
  - "0 est un entier"
    "Le successeur d'un entier est un entier"

Programmation déclarative

- Pour obtenir une information pouvant être déduite de cette base de connaissances, on a besoin d'un *moteur d'inférence* et d'une *requête*.
- Le moteur d'inférence met en oeuvre une procédure d'extraction de l'information à partir de la requête.
- l'information extraite est :
  - soit explicitement présente dans la base (comme pour les bases de données)
  - soit déduite à partir de données explicitement présentes et de règles de production qui s'appliquent à ces données (ou à celles produites par d'autres règles).

Programmation déclarative





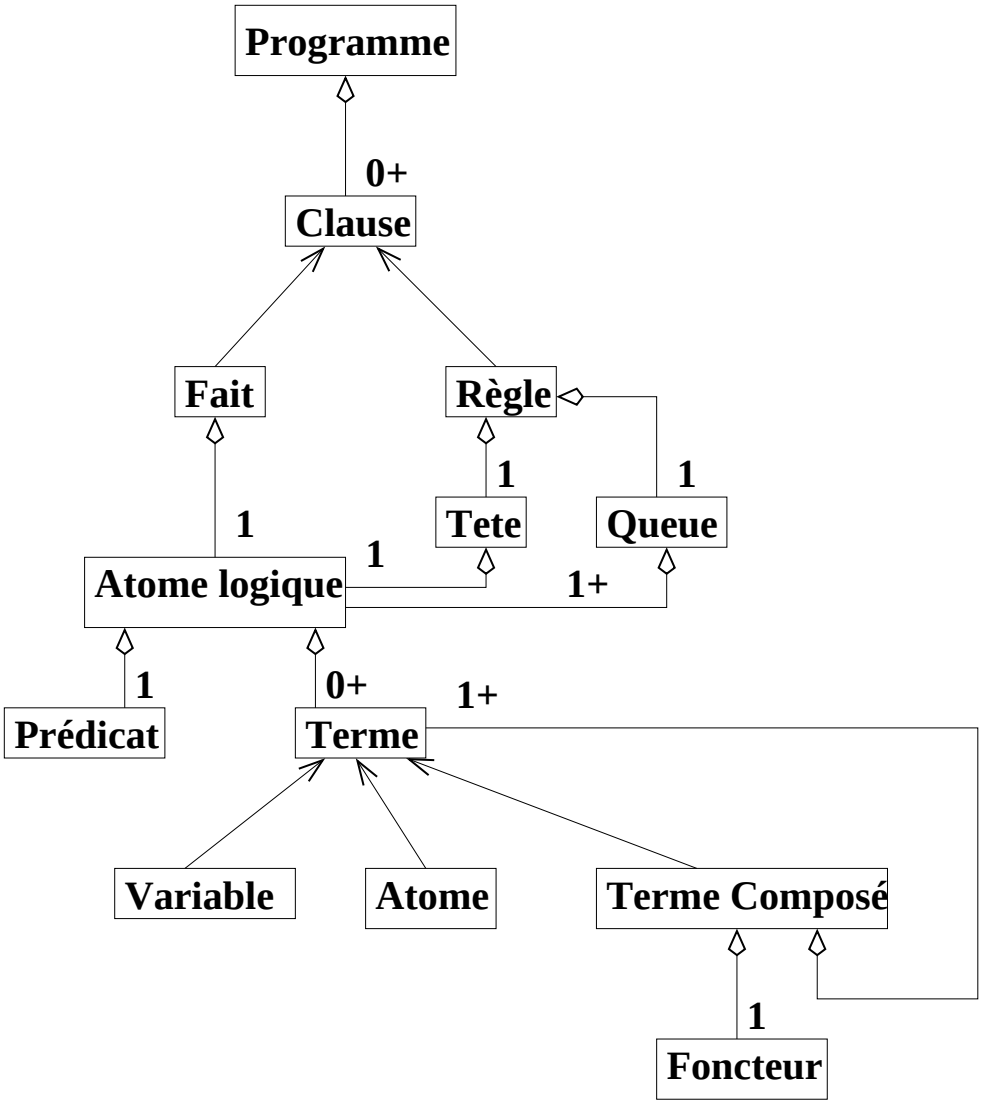
Programmation logique

- Déclaration : formule logique.
- Exemples :
  - homme(socrate)
    $\forall$ x, homme(x) $\Rightarrow$ mortel(x)
  - entier(0)
    $\forall$ x, entier(x) $\Rightarrow$ entier(s(x))

Prolog

- Prolog est un langage de programmation logique avec
  - un moteur d'inférence particulier (résolution)
  - des règles particulières (clauses de Horn)
- Calculabilité : aussi puissant que la machine de Turing (ou le lambda-calcul).
- Avantages : rapidité et simplicité pour écrire un programme.
- Inconvénients : temps d'exécution potentiellement très long (si on ne maîtrise pas la façon dont fonctionne le moteur d'inférence).

Syntaxe de Prolog



Syntaxe de Prolog : les termes

- *Terme atomique* $\equiv$ constante (logique des prédicats).
  - Ca peut être un *atome* (symbole), un entier, une chaîne de caractères.
  - Syntaxe d'un atome : suite de lettres, de chiffres et de _ qui commence par une minuscule ou _.
  - Ex : `dupont`, `marseille`.
- *Variable* $=$ inconnue (idem logique des prédicats).
  - Syntaxe : une variable est une suite des lettres et de chiffres qui commence par une majuscule.
  - Ex : `Nom`, `Ville`.
- *Terme composé* $\equiv$ fonction (logique des prédicats). Il s'agit d'un terme composé de plusieurs autres termes.
  - Constitué d'un *foncteur* qui porte sur des termes.
  - Syntaxe : un terme composé est un identifi ant suivi d'une suite de termes séparés par des virgules et encadrés par des parenthèses.
  - Ex : `nom(jean, dupont)`, `personne(nom(jeanne, martin), Age)`.

Syntaxe de Prolog : les atomes logiques

- Un *atome logique* comprend un prédicat qui porte sur des termes.
- Il peut être **évalué à vrai ou faux** (comme dans la logique des prédicats).
- Syntaxe Prolog : la même que pour les termes composés.
- Ex : `entier(s(X))`

Syntaxe de Prolog : les clauses

- Une *clause* correspond à une **clause de Horn** en logique des prédicats (c-à-d une disjonction d'atomes logiques dont un seul maximum peut être positif).
  - Une clause $p_1 \vee \neg p_2 ... \vee \neg p_n$ peut se réécrire $p_2 \wedge p_3 \wedge ... \wedge p_n \Rightarrow p_1$.
  - En Prolog, on l'écrira sous la forme: $\boxed{p_1 \texttt{ :- } p_2\texttt{, ..., } p_n\texttt{.}}$ où les p_i sont des atomes logiques de Prolog.
- $\boxed{p_1}$ est la *tête de la clause*.
- $\boxed{p_2\texttt{, ..., } p_n\texttt{.}}$ est la *queue de la clause*.
- S'il n'y a qu'un seul atome logique (positif) alors la clause est un fait et s'écrit: $\boxed{p_1\texttt{.}}$.

Syntaxe de Prolog : les clauses

- L'apparition d'une variable dans un terme implique qu'elle est quantifiée universellement dans la clause.
- Ex: `beau_parent(X, Y) :- parent(X, Z), maries(Z, Y).`

  équivaut à :

  $\forall X, Y, Z : parent(X, Z) \wedge maries(Z, Y) \Rightarrow beau\_parent(X, Y)$

Requête

- Etant donné un programme Prolog (un ensemble de clauses), on peut obtenir un résultat à partir d'une *requête* formulée sous la forme d'une **conjonction d'atomes logiques** ?- p_1, ..., p_n . .
- On demande à Prolog : *"Peut-on instancier les variables avec des termes tels que la requête devient une conséquence logique du programme ?"*
- Ex :

```
?- etudiant(E), date(D), appris(E, coursProlog, D).
```

- A interpréter comme :

  $\exists$ E, D : etudiant(E) $\wedge$ date(D) $\wedge$ appris(E, coursProlog, D) ?
- Si pas de variable : le moteur va simplement indiquer si la requête est ou pas une conséquence logique.

Exemple de requêtes

Avec le programme:

```
homme(socrate).
mortel(X) :- homme(X).
```

- les requêtes `?- homme(socrate).` ou `?- mortel(socrate).` retournent `yes`.
- les requêtes `?- homme(X).` ou `?-mortel(X).` retournent `X=socrate`.
- les requêtes `?- homme(aristote).`, `?- mortel(platon).` ou `?- philosophe(X).` retournent no.

Sémantique dénotationnelle de Prolog

- Sémantique dénotationnelle = ensemble des faits induits par le programme (via les faits donnés et les règles).
- Remarque : le nombre de faits peut être infini.
  Ex : entier(0), entier(s(0)), entier(s(s(0)), etc.
- Un nouveau fait peut s'obtenir par **unification** et **déduction**.

Substitution

- Une *substitution* σ est une fonction de l'ensemble des variables vers l'ensemble des termes.
  Ex : { X $\rightarrow$ a, Y $\rightarrow$ f(a,Z), U $\rightarrow$ V}.
- On peut étendre l'application t^σ d'une substitution σ à un terme quelconque t ainsi :
  - si t est une variable, on applique normalement σ.
  - si t est un terme atomique alors $t^\sigma = t$.
  - si t est un terme composé $f(t_1, ..., t_n)$ alors $t^\sigma = f(t_1^\sigma, ..., t_n^\sigma)$.

  Ex : $f(b, X, Y, U)^\sigma = f(b, a, f(a, Z), V)$.
- t^σ est appelé *instance* de t.
- t_1 est *plus général* que t_2 s'il existe une substitution telle que t_2 est l'instance de t_1.

Unification

- Un *unificateur* σ de deux termes t_1 et t_2 est une substitution telle que $t_1^\sigma = t_2^\sigma$.
- Ex : {X $\rightarrow$ h(U), Y $\rightarrow$ b, V $\rightarrow$ a} est un unificateur des termes f(X, g(a, Y)) et f(h(U), g(V, b)).
- Un *unificateur le plus général* σ de deux termes t_1 et t_2 est un unificateur de t_1 et t_2 telle que tout autre unificateur ρ de t_1 et t_2 est tel que t_1^σ est plus général que t_1^ρ.

L'algorithme de Robinson

fonction upg(t_1, t_2)

si t_1 = t_2 **alors retourne** $\emptyset$

si t_2 est une variable **alors** permuter t_1 et t_2

si t_1 est une variable **alors**

si t_1 est un sous-terme de t_2

retourne ECHEC

sinon

retourne $\{ t_1 \rightarrow t_2 \}$

sinon

si $t_1 = f(u_1, ..., u_n)$ et $t_2 = f(v_1, ..., v_n)$

$\sigma \rightarrow \emptyset$

pour i **de** 1 **a** n

$\rho \rightarrow$ upg(u_i^σ , v_i^σ)

si ρ = ECHEC **alors retourne** ECHEC

$\sigma \rightarrow \rho$ o σ

sinon

retourne ECHEC

Dénotation d'un programme

- La *dénotation* d'un programme Prolog est l'ensemble des atomes logiques qui peuvent être déduits par une suite d'applications des règles à partir de ses faits.
- Plus précisément :
  - l'ensemble des faits donnés par le programme.
  - si a_1, ... a_n font partie de la dénotation,
    que la règle c :- b_1, ..., b_n appartient au programme
    et que σ est le plus grand unificateur de a_1 avec b_1,
    a_2 avec b_2, ..., a_n avec b_n
    alors c^σ appartient à la dénotation du programme.

Exemple

- Le programme
  `homme(socrate).`
  `mortel(X) :- homme(X).`
  a pour dénotation
  {`homme(socrate)`, `mortel(socrate)`}
- Le programme
  `entier(0).`
  `entier(s(X)) :- entier(X).`
  a pour dénotation
  {`entier(0)`, `entier(s(0))`, `entier(s(s(0)))`, ...}

Dénotation et requête

- Poser une requête r_1, ..., r_k à un programme Prolog revient à demander s'il existe un unificateur (le plus général) σ tel que r_1^σ, ... et r_k^σ font partie de la dénotation du programme (et quel est cet unificateur).
- la requête `?- entier(s(X)).`
  a pour résultat `X = 0`
  car `entier(s(0))` fait partie de la dénotation du programme.

Sémantique opérationnelle

- Il existe a priori plusieurs façons de déterminer si une requête est déduisible d'un programme Prolog et plusieurs substitutions valides.
- Le moteur d'inférence de Prolog ne fonctionne pas par *chaînage avant*
  (déduction récursive de faits à partir d'autres faits)
  mais par *chaînage arrière*
  (à partir des faits à obtenir, recherche récursive des faits qui permettent de les déduire).

Principe de résolution de Prolog

- On crée la résolvante (suite de buts) $<r_1, ..., r_k>$.
- On essaie de réduire la résolvante à la clause vide $\square$.
- Pour ceci, on modifie la résolvante courante ainsi : on choisit une clause t :- q_1, ..., q_n dont la tête t s'unifie avec r_1 grâce à l'unificateur σ et on obtient la résolvante $<q_1^\sigma, ..., q_n^\sigma, r_2^\sigma, ..., r_k^\sigma>$.
- On continue jusqu'à rencontrer un échec (aucune clause ne peut effacer un but) ou obtenir $\square$.
- En cas d'échec, on revient sur le **dernier** choix de clause.
- Les clauses sont choisies dans l'ordre donné par le programme.

Exemple de Résolution

```
triangle(ac, ab, bc).
triangle(ac, ad, cd).
egaux(ac, ab).
egaux(ab, bc).
egaux(ac, bc).
egaux(ac, ad).
angle_droit(ac, ad).
triangle_rectangle(t(C1, C2, C3)) :-
          triangle(C1, C2, C3), angle_droit(C1, C2).
triangle_rectangle(t(C1, C2, C3)) :-
          triangle(C1, C2, C3), angle_droit(C2, C3).
triangle_rectangle(t(C1, C2, C3)) :-
          triangle(C1, C2, C3), angle_droit(C1, C3).
triangle_isocele(t(C1, C2, C3)) :- triangle(C1, C2, C3), egaux(C1, C2).
triangle_isocele(t(C1, C2, C3)) :- triangle(C1, C2, C3), egaux(C2, C3).
triangle_isocele(t(C1, C2, C3)) :- triangle(C1, C2, C3), egaux(C1, C3).
triangle_equilateral(t(C1, C2, C3)) :-
     triangle(C1, C2, C3), egaux(C1, C2), egaux(C2, C3), egaux(C1, C3).
demi_carre(T) :- triangle_rectangle(T), triangle_isocele(T).
```

Exemple de Résolution

La requête `?- demi_carre(X).` donne la trace de résolution suivante :

- <demi_carre(X)>
- <triangle_rectangle(T), triangle_isocele(T)> **avec** {X → T}
- <triangle(C1, C2, C3), angle_droit(C1, C2), triangle_isocele(t(C1, C2, C3))> **avec** {T → t(C1, C2, C3)}
- <angle_droit(ac, ab), triangle_isocele(t(ac, ab, bc))> **avec** {C1→ ac, C2 → ab, C3 → bc}
- **Echec et retour arrière sur le choix de la clause effaçant triangle(C1, C2, C3)**
- <angle_droit(ac, ad), triangle_isocele(t(ac, ad, cd))> **avec** {C1→ ac, C2 → ad, C3 → cd}
- <triangle_isocele(t(ac, ad, cd))>
- <triangle(ac, ad ,cd), egaux(ac, ad)>
- <egaux(ac,cd)>
- <>

et on retourne l'instanciation T=t(ac, ad, cd).

Ordre des clauses et des règles

- **L'ordre des atomes logiques** dans une règle ou dans une requête a de l'importance.
- Ex : il ne faut pas écrire

```
chemin(X, Y) :- chemin(X, Z), arc(Z,Y).
```

, qui boucle infiniment mais

```
chemin(X, Y) :- arc(X,Z), chemin(Z, Y).
```

.

- **L'ordre des règles** dans le programme a de l'importance.
- Ex : le programme suivant boucle indéfiniment si on lui fait la requête `?- egaux(ab,ac).` :

```
egaux(X, Y) :- egaux(Y, X).
egaux(ac, ab).
```

Mais si on intervertit les deux clauses, il donne la réponse `yes`.